

Др Станислав Фемпл

ЧУДЕСНА ИЗГРАДЊА ПЧЕЛИЊЕГ САБА

„Две су ствари које су вредне да на себе обратe пажњу људског ума и да га испуњују дивљењем: морални закон у нама и звездано небо над нама”. Ова Кантова мисао може се и шире схватити. Не само звездано небо, већ и све око нас, свака травка, сваки кристал, сваки створ требало би да у нама пробуди дивљење. Цела природа као да је храм мудрости.

Дивимо се чудесном склопу нашег ока. Грађа му је таква да оком можемо гледати. Да је око настало случајно, тешко да би случај могао дати такву сагласност оруђа и његове употребе. Намеће се помисао да је око настало баш ради гледања.

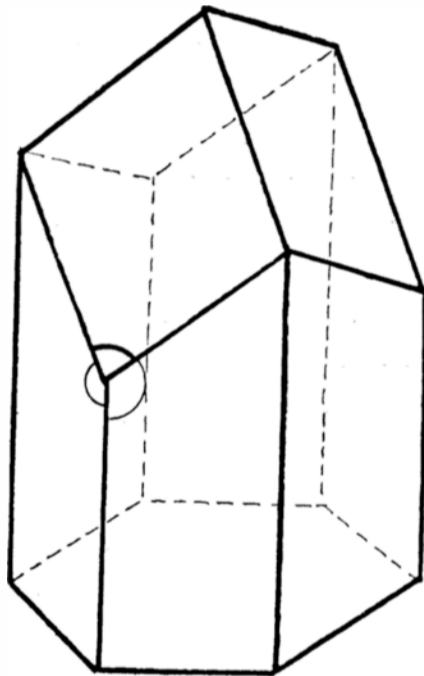
Но и грађа једног атома (са својих више од стотину честица), његова стабилност и друге његове особине нису ништа мање чудесне од ока. Многим енергијама (електрицитет, топлота и др.) не познајемо бит иако се служимо њима. Шта да кажемо о скоро откривеним мистериозним црним јамама у козмосу? Наука је нашла да принцип одржања енергије као и други феномени имају један универзални карактер који премашује област физике. Даје се тумачење да у основним законима лежи нека симетрија, а нобеловац Хајзенберг тврди да је симетрија у тим законима пресудан елемент „плана” по којем је природа саздана (Werner Heisenberg: *Der Teil und das Ganze*, München, 1969).

Позитивисти који су осетљиви на постављање питања која имају „преднаучно обележје” имају једноставно решење: свет треба поделити на оно што се може јасно рећи и на оно о чему се не постављају питања, тј. о чему се ћути. Али данас се врло мало може јасно рећи. Оно што би се дало јасно рећи, само су незанимљиве таутологије. Штета што позитивисти неће да увиде велику повезаност у природи. Као да све намерно држе у магли, а никог не подстичу да о томе размишља.

Мисао неандерталског човека развила се до савремене мисли у релативно кратком времену. То време је тренутак према трајању биолошке еволуције. Када је мисао почела остваривати људску цивилизацију, она као да није била почетник. Као да су само на новом пољу примењене већ раније прокушане методе. Изгледа као да је и сам човек слика те мисли, да је саздан по њеном плану.

Међу многим манифестацијама у природи, у једној се нарочито осећа мисао — не људска — на делу, изазивајући чуђење и дивљење. Реч је о ћелијама код пчела које оне саме граде. Облик тих ћелија као да је потекао из велике математичке интелигенције, док сама пчела у другим својим манифестацијама не показује интелигенцију једнаку овој.

Ћелија је воштана градња која се може сматрати малим чудом целисходности и економије. Посао мајстора и помоћника уједињен је у једној особи. Пчеле радилице луче из свога организма восак, а једна другој одузима са трбуха настале воштане плочице, сажваћу и помешају са служи и, свака која је на овај начин припремила материјал иде на радилиште и прилепљује га. Настаје један низ ћелија такве правилности, да би их човек могао начинити само лењиром и шестаром. Те ћелије имају облик правилне шестостране призме којој је једна основа отворена, а друга основа, дно ћелије, затворена, али не са равним шестоуглом, већ са три ромба који се састају у једном врху. Ћелије су дуге 7 милиметара, а страница шестоугла је око 3 мм. Све те ћелије су међусобно подударне.



Најпре се намеће питање, зашто је узет за облик ћелије шестострана призма? Одговор је следећи. Ћелије треба да буду наслагане једна до друге и да не буде између њих празнина, да се не би израчила топлота. Оне треба да прекрију целу раван. То се може постићи једино једнакостраничним троуглима (угао 60°), квадратима, или правилним шестоуглима (угао 120°). Не може се, рецимо, раван прекрити правилним петоуглима, јер им је угао 108° , па ако се сложе три петоугла, остаје празнина од 36° . Слично важи за све друге многоугле. Да би било јасно зашто је баш изабран шестоугао, послужиће се следећим примером. Уочимо један правоугаоник са страницама 9 см и 4 см, и један квадрат са страницом 6 см. Обе ове фигуре имају једнаку површину 36 cm^2 . Међутим, обим правоугаоника је 26 см, док је обим квадрата само 24 см. Ако бисмо дакле имали да начинимо овакве фигуре, мање бисмо материјала употребили при прављењу квадрата. У случају пчелињег саћа, ако троугао, квадрат и шестоугао треба да захватају исту површину, математика показује да

од ове три фигуре, при истој површини, најмањи обим има шестоугао, па је он одабран за изградњу ћелије. Још у старом веку су пчеле због овога добиле назив „геометри”. Но чудесно тек сада налази. На питање зашто пчеле завршавају шестострану ћелију са три подударна ромба, а не са равним шестоугаоним дном, није било одговора. То је решено тек у новије време. У почетку 18. века позабавили су се Маралди и Касини великом правилношћу код пчелињег саћа. Нашли су да је тупи угао ромба $109^{\circ}28'$, а мерећи и углове трапеза, видели су да су два тупа угла трапеза и тупи угао ромба који се састају у истом врху, међусобно једнаки. Физичар Реомир дошао је на идеју да би узрок овој правилности могла бити економичност: пчеле хоће да унесу што више меда у ћелије, а да за њихову изградњу утроше што мање воска који луче из свога организма. Другим речима, пчеле теже за таквим обликом ћелије при којем ће, уз дату запремину, површина зидова ћелије бити минимална. Реомир је математичарима дао подстрек да нађу услове под којим ће ово бити испуњено. Математичар Кениг је израчунао да ће то бити случај ако углови ромбова и трапеза имају оне вредности које је Маралди нашао мерењем на ћелијама. Осим тога, ћелија која би се завршила равним дном имала би исту запремину као и она са ромбовима, али би површина ћелије са равним дном имала доста већу површину. Напоменимо да је за ово израчунавање потребно познавати диференцијални рачун (читалац који познаје ову област више математике може наћи математичко решење овог проблема у књизи Др Д Митриновића: **Математика**, Београд 1964, Грађевинска књига, стр. 355—357). Овим проблемом бавио се и наш Руђер Бошковић.

Треба приметити да није увек свака ћелија савршено грађена по овим мерама. Пчела може бити иритирана, па се доста често нађу и неправилности. Због тога се нашло и противника оваквој идеји. Физичар Мах, противник идеје о целисходности у природи наводи да свако коме је познато како се мере углови чак и код глатких кристала, увиђа како је тешко одредити тачно угао код једне ћелије која има прилично сирову и не огледалску површину. Све ово може се сматрати за једну побожну математичку бајку (Др. Ernst Mach: *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, Leipzig, 1901, str. 483—84). На то се може одговорити ово. Из 4000 мерења углова код пчелињег саћа нашло се да је просечна вредност тупог угла ромба 107° . Ако се сада упореде величине површине код равног дна ћелије са оном теоријском, види се да је површина ћелије са равним дном већа од теоријске, минималне, за 4,3 квадратна милиметра. Међутим, разлика између површине код које је угао ромба 107 (уместо 109 степени) и теоријске, износи свега једну половину десетог дела квадратног милиметра. Статистичар би рекао да овакво одступање од теоријског лежи у много ужем размаку од стандардне девијације. Важно је дакле да дно ћелије буде састављено од ромбова — онако како га граде пчеле — а не да буде равно (рачуни су проверени на 4 децимале).

На крају, нека је напоменуто и ово. У једној области математике доказује се (варијациони рачун) да од свих тела која имају исту запремину, најмању површину има кугла. Разумљиво је да би кугласт облик ћелије био неподесан. Међутим, разлика између по-

вршине стварног облика ћелије, чак и оног са ромбом од 107° , и кугласте површине износи, на једну децималу, само $0,4 \text{ mm}^2$.

Рећи да пчеле код градње саћа води инстинкт, била би „учена реч за непроучену ствар“. Постоји лепши одговор, а свако ко овде увиђа једну узвишену мисао на делу наћи ће тај одговор. У Змај Јовиној песми „Лети пчела малена“ лепо је изражено, „Ко“ учи пчелу.

Zusammenfassung

Dr. Stanimir Fempl

BIENZELLENBAU

Unter der grossen Anzahl der Erscheinungen in der Natur, fühlt man einen Gedanken — nicht menschlichen — bei dem Aufbau der Bienenzellen. Es zeigt sich, dass ein sechseckiges Prisma, am Boden napfartig vertieft und in der Gestalt von drei Rauten mit dem stumpfen Winkel $109^\circ 28'$, am offenen Ende gerade abgeschnitten, dass eine solche Form am zweckmässigsten ist. Denn für ein im vorhinein bestimmten Inhalt hat eine solche Form den kleinsten Flächeninhalt. Also ist der Verbrauch von Wachs, den die Biene aus ihrem Organismus produziert, am kleinsten. Gerade eine solche Form verwirklicht die Biene, und macht einen tiefen Eindruck auf den Beschauer, Erstaunen und Bewunderung hervorrufend. Man müsste mehr an den Herr der Schöpfung denken anstatt den Bienen nur ein Instinkt zuzuschreiben.

Schliesslich ist noch die Antwort auf die Mach-sche Kritik über die theologische Frage der Bienenzellen gegeben.